**Ein Minimalproblem**

Es sei $f\colon (a-\varepsilon, b+\varepsilon) \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit $a < b$, $\varepsilon > 0$ und $f(a) = f(b) = 0$, $f(x) > 0$ f.a. $a < x < b$.
Es sei für $a < x_0 < x_1 < b$ die Funktion $D_{x_0,x_1}\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$D_{x_0,x_1}(t) = \sqrt{(t-x_0)^2 + f(t)^2} + \sqrt{(t-x_1)^2 + f(t)^2}\,.$$

a) Gib eine geometrische Interpretation von $D(t)$.

b) Zeige: Für alle $a < x_0 < x_1 < b$ existiert ein $\xi \in (a,b)$ mit

$$D_{x_0,x_1}(\xi) = \inf_{t\in[a,b]} D_{x_0,x_1}(t)\,.$$

c) Sei $T$ die Tangente von $f$ in dem Punkt $(\xi, f(\xi))$. Was kann man über die Winkel zwischen $T$ und der Strecke von $(x_0, 0)$ nach $(\xi, f(\xi))$ sowie zwischen $T$ und der Strecke von $(x_1, 0)$ nach $(\xi, f(\xi))$ sagen?

d) Gib eine geometrische Interpretation des Ergebnisses aus c).